

基于连接点的二维多角弧匹配

茹少峰 贾建

周明全

(西北大学数学系, 西安 710069) (西北大学计算机系, 西安 710069)

摘要 多角弧匹配问题的关键是,其既能反映多角弧的几何性质,又能反映多角弧拓扑结构的特征选取.在分析了多角弧几何形状的基础上,引入了连接点的概念,并用连接点集表示多角弧,这一表示在旋转和平移变换下是不变的.进一步取该连接点集作为匹配的特征集,给出了特征集之间匹配的算法.该算法是将连接点间的距离积分作为测量函数,使二维多角弧的匹配由连接点的匹配来决定.给出的模拟试验结果表明,该算法效果良好,并且对于数值污染具有健壮性.

关键词 计算机图形学(520·6030) 多角弧 匹配 连接点 特征集 形状分析

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)04-0464-04

Matching 2D Polygonal Arcs Based on Junction as Feature Sets

RU Shao-feng, JIA Jian

(Department of Mathematics, Northwest University, Xi'an 710069)

ZHOU Ming-quan

(Department of Computer Science, Northwest University, Xi'an 710069)

Abstract Feature selection is a key problem of matching 2D polygonal arcs. The optimal feature sets should have the attribute of geometry and topology. In this paper, we focus on polygonal arcs junction that is two line segments that meet at a single point. We present junctions of polygonal arcs as feature sets; the benefits of using this feature sets include attribute of geometry and structure of topology of polygonal arcs. The number of features used in the matching must be reducing to a minimum without losing geometric information useful for 2D reconstruction. 2D polygonal arcs are represented by the feature sets. This representation is invariant to translation and rotation transformation. The 2D polygonal arcs matching task is reduce into a 1-D string-matching problem. The trivial matching algorithm is proposed and use to matching of nonoccluded and occluded 2D polygonal arcs. Experiments with different classes polygonal arcs show that the matching algorithm is efficiency and is robust to digitization errors and noise effects. And can perform well when simple closed curves represented by polygonal arcs.

Keywords Computer graphics, Polygonal arcs, Matching, Junction, Feature sets, Shape analysis

0 引言

二维多角弧的匹配问题是计算机视觉、图象分析、模式识别中的基本问题.关于这一问题许多学者做了广泛深入的研究. Douglass 和 Prabir 将一个向量 $q = q_1i + q_2j + q_3k + q_4$ 表示成一个四元数 $q = (q_1, q_2, q_3, q_4)^T$, 这样多角弧上所有向量形成一个

四元数的子集,定义向量加法和乘法运算,从而构成一个四元数的子群,用这样的子群进行二维多角弧的匹配,得到了最小距离的闭形式解,其最小距离为一个 2×2 矩阵的特征值^[1],其最大优点是对 2D 和 3D 的多角弧匹配问题给出了统一的方法;黄良明等提出了利用几何代数同时进行线段模型的匹配和运动估计^[2],将匹配和运动估计转化为求矩阵的奇异值分解,其最大优点是将匹配和运动估计问题同时解决;

基金项目:国家自然科学基金(60072044)

收稿日期:2002-03-22; 改回日期:2002-08-15

Parsi 提出了用最小二乘法匹配多角弧的算法,其最小距离是多角弧之间对应点的距离和方向^[3].以上这些研究所选取的多角弧特征是每条线段的长度、方向向量. Theodosios Pavlidis 利用语法形状研究了围线匹配,其首先将围线用多角弧逼近,然后进行多角弧的匹配,采用的方法是形状分析法,所选取的特征是多角弧的属性(尺寸、类型、方向)^[4];此外, Ross 给出了二维线段模型与图象线段匹配的局部搜索算法^[5]; Zhang Zhengyou 首次将直线段作为视觉信息中的重要特征用于运动与结构的估计^[6].然而以上方法由于选取特征的复杂性,使得匹配算法的时间复杂度是所涉及问题选取特征数目的指数级.

以连接点为特征集进行二维多角弧的匹配,是因为连接点既具有点的特征又具有线的特征.在多角弧中,一个连接点是由两条线段和一个角组成^[7],由于连接点是多角弧的本质参数,因此,连接点形成的特征集就唯一决定了一个多角弧.其所选取的特征既具有多角弧的几何性质,又具有多角弧的拓扑结构.由于本文所选取的特征集是多角弧的最小特征集,因此连接点之间的匹配就包含了角、点和线段的匹配.通过建立多角弧连接点间的匹配,给出了多角弧之间有效、快速的匹配结果.

1 特征集

定义 1 一个多角弧定义为一个点集 $\{P_i\}$, $i=0,1,\dots,n+1$, P_i 称为顶点,顺序两点之间线段相连,该线段称为边,如果多角弧为封闭的,令 $P_{n+1}=P_0$,如图 1 所示.

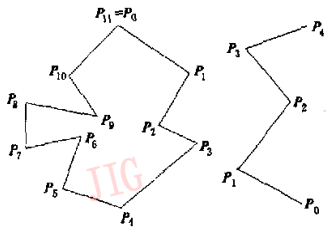


图 1 多角弧

定义 2 连接点定义为顶点和与该顶点相连的两条边,如图 2 所示.

设: $l_i = \|P_{i+1} - P_i\|$, 其中 $\|\cdot\|$ 为向量的模. $n_{i-1} = \frac{P_{i-1} - P_i}{l_{i-1}}$, $n_{i+1} = \frac{P_{i+1} - P_i}{l_i}$, 则记 n_{i-1} 到 n_{i+1} 的转角为 θ_i , ($i=0,1,\dots,n$), 其中, θ_0 为向量 $P_n - P_{n+1}$ 到



图 2 连接点

$P_i - P_0$ 的转角,且规定逆时针方向时转角为正,顺时针时为负.三元数组 (l_{i-1}, θ_i, l_i) 定义为顶点 P_i 处的连接点,记为 Q_i . θ_i, l_i 称为本质参数.图 1 闭形式的多角弧,定义的连接点为: Q_0, Q_1, \dots, Q_{10} , 其中 P_i 与 Q_i 对应.图 1 开形式的多角弧,定义的连接点为: Q_1, Q_2, Q_3 . 其中 Q_i 与 P_i 对应, P_0 与 P_{11} 点不是连接点.即开形式的多角弧,两端点不是连接点.

定义 3 按照定义 2,对于闭形式的多角弧(图 3),特征集定义如下:

$$Q_0(\theta_0, l_0), Q_1(\theta_1, l_1), \dots, Q_i(\theta_i, l_i), \dots, Q_n(\theta_n, l_n)$$

对于开形式的多角弧(图 4)的特征集定义,只需连接开形式多角弧的首末端点,将开形式的多角弧转化为闭形式的多角弧,按照闭形式多角弧的特征集定义即可.

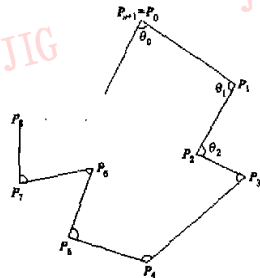


图 3 闭多角弧的特征集

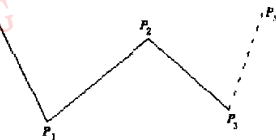


图 4 开多角弧的特征集

显然,上述用来进行多角弧匹配的特征集中,特征数目已达到了最少,且又不失多角弧的几何和拓扑性质.因此,对于给定的多角弧,由以上定义唯一地确定了特征集,反之,具有与如上定义相同的特征集,则确定了相同几何形状的多角弧.这些多角弧只是位置和朝向不同.即两个多角弧之间仅相差一刚体运动^[8],这一运动由一对匹配的连接点确定.

2 二维多角弧的匹配算法

设由两个特征集组成的字符串 S 和 T 描述了两个多角弧. $S = s_0s_1 \dots s_n, T = t_0t_1 \dots t_m$, 其中 $s_0, s_1, \dots, s_n; t_0, t_1, \dots, t_m$ 分别为两个多角弧的连接点.

用连接点分量的相对误差积分作为测量函数

$$\lambda(s_i, t_j) = \sum_{k=1}^2 \frac{|s_{i,k} - t_{j,k}|}{\max(|s_{i,k}|, |t_{j,k}|)}$$

其中, $s_{i,k}$ 为 s_i 的第 k 个分量, $t_{j,k}$ 为 t_j 的第 k 个分量. $\lambda(s_i, t_j)$ 值域为 $(0, 2)$. 当 $\lambda(s_i, t_j)$ 越趋近于 0 时, 匹配程度愈高; 当 $\lambda(s_i, t_j)$ 越趋近于 2 时, 则误差越大.

这样两个多角弧的匹配就转化为两个字符串的匹配. 如果 s_i 匹配到 t_j , 则 S 与 T 的匹配只需检查 s_{i+1} 与 t_{j+1} ($i+1 = (i+1) \bmod n, j+1 = (j+1) \bmod m$) 是否匹配. 对于开形式, 则不需进行求模运算, 这样匹配的遍历算法就可在线性时间进行. 匹配算法如下:

输入: 两个多角弧集 A 及 B

输出: 匹配的连接点

- (1) 令 $l_{\min} = \min(m, n), l = l_{\min}$;
- (2) 选取 A 中 l 个连续的连接点;
- (3) 选取 B 中 l 个连续的连接点;
- (4) 计算测量函数 $\lambda(s_i, t_j)$;
- (5) 计算 $\sum_{k=0}^{l-1} \lambda(s_{i+k}, t_{j+k})$, 若其值小于给定的阈值, 则输出匹配, 否则转下一步;
- (6) 在 B 中选定新的 l 个连续的连接点, 回到第 4 步, 若没有新的连接点可选, 则转到第 7 步;
- (7) $l = l - 1$, 若 $l > 1$, 则回到第 2 步, 否则输出不匹配.

3 模拟试验结果

对于上面给出的匹配算法, 做作了模拟数据测试. 将连接点对的误差和作为判断是否匹配的准则,

故取 $\lambda(s_i, t_j)$ 和的阈值为 0.01.

首先作了两个多角弧完全匹配的实验, 给定一个闭形式的多角弧如图 5(a) 所示, 顶点数据为 $S = \{(13.1, 0.1), (23.0, 6.8), (19.0, 13.9), (24.3, 16.5), (13.8, 25.1), (5.4, 22.4), (7.9, 15.3), (0.2, 17.0), (0.2, 10.7), (10.2, 12.6), (6.2, 7.1)\}$

将多角弧(图 5(a))旋转 90° 后平移, 再对其顶点坐标作微小扰动, 扰动后的顶点数据如下 $T = \{(44.9, 13.1), (38.2, 23.0), (31.1, 19.0), (28.5, 24.3), (19.9, 13.8), (22.6, 5.4), (29.7, 7.9), (28.0, 2.0), (34.3, 2.0), (32.4, 10.2), (37.9, 6.2)\}$

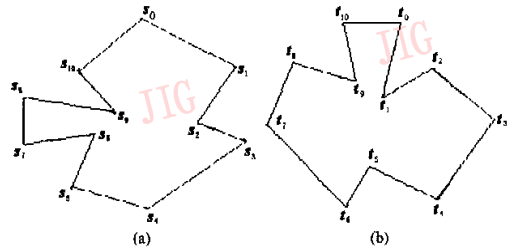


图 5 完全匹配的多角弧

对以上两个多角弧应用匹配算法, $\lambda(s_i, t_j)$ 的和为 0.003 245, 表明 S 与 T 完全匹配, 算法输出对应匹配的连接点对为: $(s_0, t_3), (s_1, t_4), (s_2, t_5), (s_3, t_6), (s_4, t_7), (s_5, t_8), (s_6, t_9), (s_7, t_{10}), (s_8, t_{11}), (s_9, t_1), (s_{10}, t_2)$.

在实验中, 由旋转平移公式对 S 进行计算, 得到精确的 T 中的数据值, 调用匹配算法得到其测量函数值的和为 0, 这表明上述算法有一定的抗干扰能力.

为了进一步分析算法的健壮性, 当其中一个连接点 t_0 扰动时, 就扰动对匹配结果的影响做了定量实验. 实验数据见表 1.

当 t_0 扰动时, 影响的仅是与之相邻的两个连接点 t_1, t_{10} . 当阈值给定后, 随着扰动量不断增大, 匹配到的连接点个数不断减少. 例如, 当单个匹配点的阈

表 1 连接点 t_0 扰动后测量函数的变化情况

(x, y) 坐标值改变百分比	影响到的连接点	受影响的连接点测量函数值改变量	总的测量函数值改变量
10	t_1, t_{10}	$\Delta\lambda(s_0, t_0) = 0.041$ $\Delta\lambda(s_1, t_1) = 0.034$ $\Delta\lambda(s_{10}, t_{10}) = 0.063$	$\Delta \sum_{i=0}^{10} \lambda(s_i, t_i) = 0.138$
5	t_1, t_{10}	$\Delta\lambda(s_0, t_0) = 0.021$ $\Delta\lambda(s_1, t_1) = 0.017$ $\Delta\lambda(s_{10}, t_{10}) = 0.034$	$\Delta \sum_{i=0}^{10} \lambda(s_i, t_i) = 0.072$
3	t_1, t_{10}	$\Delta\lambda(s_0, t_0) = 0.013$ $\Delta\lambda(s_1, t_1) = 0.013$ $\Delta\lambda(s_{10}, t_{10}) = 0.021$	$\Delta \sum_{i=0}^{10} \lambda(s_i, t_i) = 0.044$

值为 0.02 时,对 (x, y) 坐标值改变 3%, 不匹配的点对为 (s_{10}, t_{10}) , 匹配的连接点个数为 10; 对 (x, y) 坐标值改变 5%, 不匹配的点对为 $(s_{10}, t_{10}), (s_0, t_0)$, 匹配的连接点个数为 9; 对 (x, y) 坐标值改变 10%, 不匹配的点对为 $(s_{10}, t_{10}), (s_0, t_0), (s_1, t_1)$, 匹配的连接点个数为 8. 通过总测量函数值的改变量可以看到, 当阈值取为 0.1 时, 对 (x, y) 坐标值改变 3% 或 5% 时, 对总的匹配结果不影响.

对于一个多角弧和另一个多角弧的局部匹配也做了试验. 给定开形式的多角弧如图 6 所示, 其顶点序列为

$$S = \{(2.0, 11.4), (4.2, 12.7), (4.0, 9.1), (7.1, 13.5), (8.7, 10.8), (9.4, 13.5), (11.8, 8.7), (17.0, 12.6), (14.9, 13.8), (20.4, 13.4), (19.9, 9.6), (25.9, 12.1)\}$$

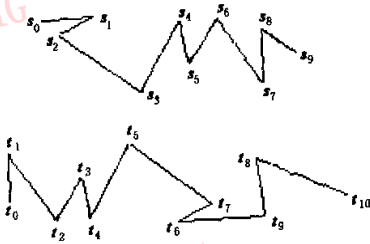
$$T = \{(1.5, 2.6), (6.0, 2.3), (3.9, 3.5), (3.0, 7.4), (11.5, 2.6), (12.2, 5.5), (13.9, 2.5), (16.8, 7.0), (16.7, 3.2), (19.0, 4.9)\}$$


图 6 部分匹配的开形式的多角弧

调用上面的匹配算法, 计算得到的 7 个连接点对 $\lambda(s_i, t_j)$ 的和为 0.00378, 算法输出对应匹配的连接点对为 $(s_7, t_1), (s_6, t_2), (s_5, t_3), (s_4, t_4), (s_3, t_5), (s_2, t_6), (s_1, t_7)$.

应用本文算法又做了文献[1]、[2]中的试验. 经比较得出, 文献[1]、[2]中的方法在实矩阵的特征分解时, 所用迭代法本身的计算量大、误差也大, 另外矩阵乘法也加大了匹配的计算量和误差, 而本文利用的是顶点坐标信息, 计算出长度和角度后, 有效的特征选取使得给出的算法快速、简单.

4 结论

在分析多角弧几何形状的基础上, 提出了连接点的概念, 并以连接点作为多角弧的特征集. 将两个多角弧的匹配问题转换为两个字符串的匹配问题,

减少了计算的复杂度, 从而使得多角弧的匹配问题变得简单、快速. 由于任何曲线都可以用多角弧来近似, 所以本方法可以用来进行围线问题匹配. 但由于在图象处理、模式识别和科学计算可视化中, 往往得到的是数字曲线, 因此, 为了使本方法具有实际应用价值, 将具有最少的直线段的最优多角弧逼近到数字曲线将是下一步开展的工作.

参考文献

- 1 Douglas R, Prabir. Matching 2D Polygonal Arcs by using a subgroup of the unit Quaternions [J]. Computer Vision and Image Understanding, 1998, 69(2): 246~249.
- 2 黄良明, 彭立中, 程明德. 利用几何代数进行线段模型匹配和运动估计 [J]. 中国图象图形学报, 2001, 6A(3): 270~274.
- 3 Parsi B, Margalit A, Rosenfeld. Matching general polygonal arcs [J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, Image Understanding, 1991, 53(2): 227~234.
- 4 Theodosios, Pavlidis. The use of a Syntactic Shape Analyzer for Contour Matching [J]. IEEE Trans. PAMI, 1979, 1(3): 307~310.
- 5 Ross Beveridge J, Edward M Riseman. How easy is Matching 2D line models using local search? [J]. IEEE Trans. PAMI, 1997, 19(6): 564~579.
- 6 Zhengyou Zhan. Estimating motion and Structure from Correspondences of line Segments between two perspective Image [J]. IEEE Trans. PAMI, 1995, 17(12): 1129~1139.
- 7 Xinquan Shen, Phil Palmer. Uncertainty propagation and the Matching of Junction as Feature Groupings [J]. IEEE Trans. PAMI, 2000, 22(12): 1381~1395.
- 8 Wang guo-jin, Wang guo-zhao. Computer Aided Geometric Design [M]. Beijing: China Higher Education press, Berlin Heidelberg: Springer Verlag press, 2001.



茹少峰 1962年生, 博士生. 主要研究方向为计算机图形学、数字图象处理和科学计算可视化.



贾建 1977年生, 硕士. 主要研究方向为计算机图形学和计算机辅助设计.



周明全 1957年生, 教授, 博士生导师. 主要研究方向为计算机图形学、数字图象处理、科学计算可视化.